

Линейная алгебра

1 Вариант

1. Найти произведение матриц B ($2A \square C$) если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 7 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение:

1) Выполняем умножение матрицы A на число 2:

$$2A = 2 \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 6 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

2) Выполняем разность двух матриц:

$$D = 2A - C = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 6 & 4 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} = \\ \begin{pmatrix} 2-0 & -4-1 & 6-1 \\ 6-2 & 4-(-1) & -2-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 5 \\ 4 & 5 & -5 \end{pmatrix}$$

3) Выполняем умножение матриц $B * D$:

$$B_{3 \times 2} * D_{2 \times 3} = E_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 7 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -5 & 5 \\ 4 & 5 & -5 \end{pmatrix}$$

$$e_{11} = -1 * 2 + 0 * 4 = -2; e_{12} = -1(-5) + 0 * 5 = 5; e_{13} \\ = -1 * 5 + 0 * (-5) = -5;$$

$$e_{21} = 7 * 2 + (-3) * 4 = 14 - 12 = 2; e_{22} = 7(-5) + (-3) * 5 = -35 - 15 \\ = -50; e_{23} = 7 * 5 + (-3) * (-5) = 35 + 15 = 50;$$

$$e_{31} = 3 * 2 + 4 * 4 = 6 + 16 = 22; e_{32} = 3(-5) + 4 * 5 = -15 + 20 = 5; e_{33} \\ = 3 * 5 + 4 * (-5) = 15 - 20 = -5$$

$$E = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -5 \\ 2 & -50 & 50 \\ 22 & 5 & -5 \end{pmatrix}.$$

Ответ: $E = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -5 \\ 2 & -50 & 50 \\ 22 & 5 & -5 \end{pmatrix}.$

2. Доказать совместность системы линейных уравнений и решить ее тремя способами: 1) по формулам Крамера; 2) с помощью обратной матрицы; 3)

методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -7 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 8 \end{cases}$$

Решение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 \\ -7 \\ 8 \end{pmatrix}$$

1) по формулам Крамера:

Вычислим определитель матрицы A:

$$\begin{aligned} \det(A) = \Delta &= \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} \\ &= 2 * 3 * 3 + 5 * 4 * 3 + 1 * 2 * 1 - 1 * 3 * 3 - 5 * 1 * 3 - 4 * 2 * 2 \\ &= 18 + 60 + 2 - 9 - 15 - 16 = 40 \neq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \begin{vmatrix} -1 & 1 & 3 \\ -7 & 3 & 2 \\ 8 & 4 & 3 \end{vmatrix} \\ &= -1 * 3 * 3 - 7 * 4 * 3 + 1 * 2 * 8 - 8 * 3 * 3 - 1 * (-7) * 3 \\ &\quad - (-1) * 4 * 2 = -9 - 84 + 16 - 72 + 21 + 8 = -120 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 5 & -7 & 2 \\ 1 & 8 & 3 \end{vmatrix} \\ &= 2 * (-7) * 3 + 5 * 8 * 3 + (-1) * 2 * 1 - 1 * (-7) * 3 - 5 * (-1) \\ &\quad * 3 - 2 * 2 * 8 = -42 + 120 - 2 + 21 + 15 - 32 = 80 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_3 &= \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 5 & 3 & -7 \\ 1 & 4 & 8 \end{vmatrix} \\ &= 2 * 3 * 8 + 5 * 4 * (-1) + 1 * 1 * (-7) - 1 * 3 * (-1) - 5 * 1 * 8 \\ &\quad - 2 * 8 * (-7) = 48 - 20 - 7 + 3 - 40 + 56 = 40 \end{aligned}$$

Получаем решение системы:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-120}{40} = -3 \\ x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{80}{40} = 2 \\ x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{40}{40} = 1 \end{cases}$$

Проверка

$$\begin{cases} 2 * (-3) + 2 + 3 * 1 = -6 + 2 + 3 = -1 \text{ верно} \\ 5 * (-3) + 3 * 2 + 2 * 1 = -15 + 6 + 2 = -7 \\ -3 + 4 * 2 + 3 * 1 = -3 + 8 + 3 = 8 \end{cases}$$

Ответ: $x_1 = -3; x_2 = 2; x_3 = 1$.

2) с помощью обратной матрицы:

$$A * X = B;$$

$$A^{-1}AX = A^{-1}B;$$

$$X = A^{-1}B$$

Найдем обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} A^{*T}$$

A^* – матрица алгебраический дополнений к элементам матрицы A .

$$A^* = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1}M_{11} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 9 - 8 = 1$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2}M_{12} = - \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -(15 - 2) = -13$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3}M_{13} = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 20 - 3 = 17$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1}M_{21} = - \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = -(3 - 12) = 9$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2}M_{22} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 3 = 3$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3}M_{23} = - \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = -(8 - 1) = -7$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1}M_{31} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 - 9 = -7$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2}M_{32} = - \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = -(4 - 15) = 11$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3}M_{33} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 5 = 1$$

$$A^* = \begin{pmatrix} 1 & -13 & 17 \\ 9 & 3 & -7 \\ -7 & 11 & 1 \end{pmatrix}; A^{*T} = \begin{pmatrix} 1 & 9 & -7 \\ -13 & 3 & 11 \\ 17 & -7 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 \\ -7 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} A^{*T} = \begin{pmatrix} \frac{1}{40} & \frac{9}{40} & -\frac{7}{40} \\ -\frac{13}{40} & \frac{3}{40} & \frac{11}{40} \\ \frac{17}{40} & -\frac{7}{40} & \frac{1}{40} \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} \frac{1}{40} & \frac{9}{40} & -\frac{7}{40} \\ -\frac{13}{40} & \frac{3}{40} & \frac{11}{40} \\ \frac{17}{40} & -\frac{7}{40} & \frac{1}{40} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -7 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{40}(1 * (-1) + 9 * (-7) - 7 * 8) \\ \frac{1}{40}(-13 * (-1) + 3 * (-7) + 11 * 8) \\ \frac{1}{40}(17 * (-1) - 7 * (-7) + 1 * 8) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -120 \\ 40 \\ 80 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ: $x_1 = -3; x_2 = 2; x_3 = 1$.

3) методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 5 & 3 & 2 & -7 \\ 1 & 4 & 3 & 8 \end{array} \right) \sim$$

поменяем местами первую и третью строки местами

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 3 & 8 \\ 5 & 3 & 2 & -7 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \end{array} \right) \sim$$

ко второй строке добавим первую умноженную на -5 и к третьей первую умноженную на -2

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 3 & 8 \\ 5 - 5 & 3 - 5 * 4 & 2 - 3 * 5 & -7 - 8 * 5 \\ 2 - 2 & 1 - 2 * 4 & 3 - 3 * 2 & -1 - 8 * 2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 3 & 8 \\ 0 & -17 & -13 & -47 \\ 0 & -7 & -3 & -17 \end{array} \right) \sim$$

ко второй строке добавим третью умноженную на -2

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 3 & 8 \\ 0 & -17 + 14 & -13 + 6 & -47 + 34 \\ 0 & -7 & -3 & -17 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 3 & 8 \\ 0 & -3 & -7 & -13 \\ 0 & -7 & -3 & -17 \end{array} \right)$$

к третьей добавим вторую умноженную на -2

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 3 & 8 \\ 0 & -3 & -7 & -13 \\ 0 & -7 + 6 & -3 + 14 & -17 + 26 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 3 & 8 \\ 0 & -3 & -7 & -13 \\ 0 & -1 & 11 & 9 \end{array} \right)$$

Поменяем местами вторую и третью строки местами

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 3 & 8 \\ 0 & -1 & 11 & 9 \\ 0 & -3 & -7 & -13 \end{array} \right) \sim$$

к третьей строке добавим вторую умноженную на -3 и к первой умноженную на 4

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 - 4 & 3 - 44 & 8 - 52 \\ 0 & -1 & 11 & 9 \\ 0 & -3 + 3 & -7 - 33 & -13 - 27 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -41 & -44 \\ 0 & -1 & 11 & 9 \\ 0 & 0 & -40 & -40 \end{array} \right) \sim$$

Умножаем вторую строку на -1 и третью строку на -1/40

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -41 & -44 \\ 0 & 1 & -11 & -9 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \sim$$

К первой строке добавим третью умноженную на 41 и ко второй добавим третью умноженную на 11

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -41 + 41 & -44 + 41 \\ 0 & 1 & -11 + 11 & -9 + 11 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

Ответ: $x_1 = -3; x_2 = 2; x_3 = 1$.

3. Исследовать систему на совместность и в случае совместности найти общее решение.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 5 \end{cases}$$

Решение:

Воспользуемся теоремой Кронекера-Капелли, для этого найдем ранг расширенной матрицы системы и ранг матрицы системы.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & -3 & 4 \\ 2 & 5 & -1 & -4 & 9 \\ 1 & 3 & 1 & -1 & 5 \end{pmatrix} \sim (2) - (1) * -2; (3) - (1)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & -3 & 4 \\ 2-2 & 5-4 & -1+4 & -4+6 & 9-8 \\ 1-1 & 3-2 & 1+2 & -1+3 & 5-4 \end{pmatrix} \sim$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim (3) - (2)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \text{rank} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & -3 & 4 \\ 2 & 5 & -1 & -4 & 9 \\ 1 & 3 & 1 & -1 & 5 \end{pmatrix} = 2$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & -3 \\ 2 & 5 & -1 & -4 \\ 1 & 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim (2) - (1) * -2; (3) - (1)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & -3 \\ 2-2 & 5-4 & -1+4 & -4+6 \\ 1-1 & 3-2 & 1+2 & -1+3 \end{pmatrix} \sim$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \sim (3) - (2)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \text{rank} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & -3 \\ 2 & 5 & -1 & -4 \\ 1 & 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} = 2$$

Система совместна

Решение системы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & -3 & | & 4 \\ 2 & 5 & -1 & -4 & | & 9 \\ 1 & 3 & 1 & -1 & | & 5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & -3 & | & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & | & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \sim$$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2-2 & -2-6 & -3-4 & | & 4-2 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & | & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -8 & -7 & | & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & | & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix}$$

Получаем переменные x_1, x_2 — главные, x_3, x_4 — свободные

$$\begin{cases} x_1 = 2 + 8x_3 + 7x_4 \\ x_2 = 1 - 3x_3 - 2x_4 \\ x_3 = x_3 \\ x_4 = x_4 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x_1 = 2 + 8x_3 + 7x_4 \\ x_2 = 1 - 3x_3 - 2x_4 \\ x_3 = x_3 \\ x_4 = x_4 \end{cases}; x_1, x_2 \in R.$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -7 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 8 \end{cases}$$

4. Построить фундаментальную систему решений и найти общее решение системы однородных уравнений.

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0 \\ 7x_1 + 29x_2 - 42x_3 + 88x_4 - 11x_5 = 0 \end{cases}$$

Решение:

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 3 & 1 & -8 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & -3 & -7 & 2 & 0 \\ 1 & 11 & -12 & 34 & -5 & 0 \\ 7 & 29 & -42 & 88 & -11 & 0 \end{array} \right) \sim (1) \leftrightarrow (3) \sim$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 11 & -12 & 34 & -5 & 0 \\ 2 & -2 & -3 & -7 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -8 & 2 & 1 & 0 \\ 7 & 29 & -42 & 88 & -11 & 0 \end{array} \right) \sim (2) - 2(1); (3) - 3(1); (4) - 7(1)$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 11 & -12 & 34 & -5 & 0 \\ 2 - 2 & -2 - 22 & -3 + 24 & -7 - 68 & 2 + 10 & 0 \\ 3 - 3 & 1 - 33 & -8 + 36 & 2 - 102 & 1 + 15 & 0 \\ 7 - 7 & 29 - 77 & -42 + 84 & 88 - 238 & -11 + 35 & 0 \end{array} \right) \sim$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 11 & -12 & 34 & -5 & 0 \\ 0 & -24 & 21 & -75 & 12 & 0 \\ 0 & -32 & 28 & -100 & 16 & 0 \\ 0 & -48 & 42 & -150 & 24 & 0 \end{array} \right) \sim (4) - 2(2); -\frac{1}{2}(3)$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 11 & -12 & 34 & -5 & 0 \\ 0 & -24 & 21 & -75 & 12 & 0 \\ 0 & -\frac{32}{-2} & 28/-2 & -100/-2 & 16/-2 & 0 \\ 0 & -48 + 48 & 42 - 42 & -150 + 150 & 24 - 24 & 0 \end{array} \right) \sim$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 11 & -12 & 34 & -5 & 0 \\ 0 & -24 & 21 & -75 & 12 & 0 \\ 0 & 16 & -14 & 50 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \sim (2) + (3)$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 11 & -12 & 34 & -5 & 0 \\ 0 & -24 + 16 & 21 - 14 & -75 + 50 & 12 - 8 & 0 \\ 0 & 16 & -14 & 50 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \sim$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 11 & -12 & 34 & -5 & 0 \\ 0 & -8 & 7 & -25 & 4 & 0 \\ 0 & 16 & -14 & 50 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \sim \frac{1}{2} * (3)$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 11 & -12 & 34 & -5 & 0 \\ 0 & -8 & 7 & -25 & 4 & 0 \\ 0 & 8 & -7 & 25 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \sim (3) + (2)$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 11 & -12 & 34 & -5 & 0 \\ 0 & -8 & 7 & -25 & 4 & 0 \\ 0 & 8 - 8 & -7 + 7 & 25 - 25 & -4 + 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 11 & -12 & 34 & -5 & 0 \\ 0 & -8 & 7 & -25 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \sim$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 11 & -12 & 34 & -5 & 0 \\ 0 & -8 & 7 & -25 & 4 & 0 \end{array} \right) \sim (2) * \frac{1}{-8}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 11 & -12 & 34 & -5 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{8} & \frac{25}{8} & -\frac{4}{8} & 0 \end{array} \right) \sim (1) - 11 * (2)$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 11 - 11 & -12 + \frac{7 * 11}{8} & 34 - \frac{11 * 25}{8} & -5 + \frac{11}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{8} & \frac{25}{8} & -\frac{4}{8} & 0 \end{array} \right) \sim$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & -\frac{19}{8} & -\frac{3}{8} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{8} & \frac{25}{8} & -\frac{1}{2} & 0 \end{array} \right).$$

x_1, x_2 — главные переменные, x_3, x_4, x_5 — свободные переменные.

общее решение системы однородных уравнений:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{19}{8}x_3 + \frac{3}{8}x_4 - \frac{1}{2}x_5 \\ x_2 = \frac{7}{8}x_3 - \frac{25}{8}x_4 + \frac{1}{2}x_5; x_3, x_4, x_5 \in R. \\ x_3 = x_3 \\ x_4 = x_4 \\ x_5 = x_5 \end{cases}$$

Построить фундаментальную систему решений:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
a	19/8	7/8	1	0	0
b	3/8	-25/8	0	1	0
c	-1/2	1/2	0	0	1

ФСР:

$$a = \left\{ \frac{19}{8}; \frac{7}{8}; 1; 0; 0 \right\}; b = \left\{ \frac{3}{8}; -\frac{25}{8}; 0; 1; 0 \right\}; c = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0; 0; 1 \right\}.$$

Ответ: Общее решение:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{19}{8}x_3 + \frac{3}{8}x_4 - \frac{1}{2}x_5 \\ x_2 = \frac{7}{8}x_3 - \frac{25}{8}x_4 + \frac{1}{2}x_5; x_3, x_4, x_5 \in R. \\ x_3 = x_3 \\ x_4 = x_4 \\ x_5 = x_5 \end{cases}$$

ФСР:

$$a = \left\{ \frac{19}{8}; \frac{7}{8}; 1; 0; 0 \right\}; b = \left\{ \frac{3}{8}; -\frac{25}{8}; 0; 1; 0 \right\}; c = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0; 0; 1 \right\}.$$