

## Сжатие, растяжение

### РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА №5

Стальной стержень состоит из трех участков одинаковой длины  $l=80\text{мм}$  (рис. 2.1) и с круглыми сечениями диаметрами  $d_1=10\text{мм}$  и  $d_2=20\text{мм}$ . Стержень испытывает деформацию кручения под действием внешних моментов  $M_1=4\cdot 10^3\text{Н}\cdot\text{мм}$ ,  $M_2=8\cdot 10^3\text{Н}\cdot\text{мм}$ ,  $M_3=16\cdot 10^3\text{Н}\cdot\text{мм}$ . Модуль сдвига  $G=8\cdot 10^3\text{МПа}$ . Допустим касательные напряжения  $[\tau]=100\text{МПа}$ .

Построить эпюры крутящего момента  $M_K$  (Нм), максимального касательного напряжения  $\tau_{\text{max}}$  (МПа) и угла поворота поперечных сечений  $\varphi$  (рад); проверить стержень на условие прочности.

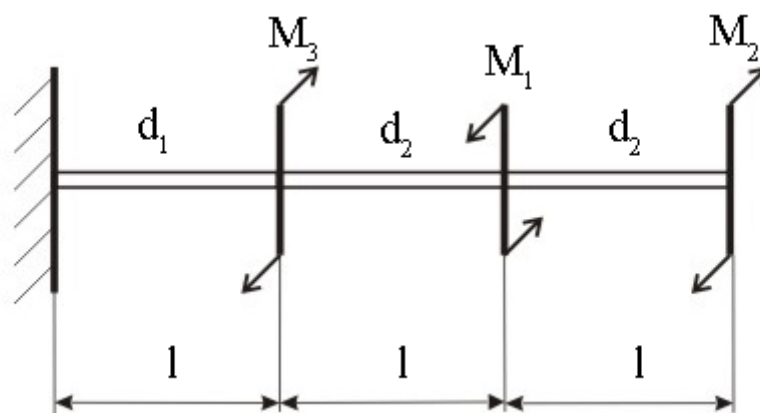


Рисунок 2.1.

Решение:

Разобьем стержень на три участка нагружения, границами которых являются сечения, в которых действуют скручивающие моменты  $M$ ; и изменяются диаметры поперечных сечений. Пронумеруем эти участки слева направо, т.е. в положительном направлении оси стержня  $Ox$  (рис. 2.2). На этих участках крутящие моменты будут постоянными.

Для определения крутящего момента будем использовать левые отсеченные части стержня. Поэтому из уравнения равновесия моментов относительно оси  $Ox$  (принимая за положительное направление против хода часовой стрелки, глядя с

<i>Расчетно-графическая работа №5</i>				
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>
<i>Разраб.</i>				
<i>Пров.</i>				
<i>Н. контр</i>				
<i>Утв.</i>				
<b>КРУЧЕНИЕ</b>				
		<i>Лит.</i>	<i>Лист</i>	<i>Листов</i>
		У		

положительного направления оси  $Ox$  )

$$\Sigma M_x = M_0 - M_3 + M_1 - M_2 = 0,$$

Предварительно найдем реакцию  $M_0$  в заделке

$$M_0 = M_3 - M_1 + M_2 = 16 \cdot 10^3 - 4 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^3 = 20 \cdot 10^3 \text{ (Н} \cdot \text{мм)}$$

Определенный крутящий момент всегда следует вводить как положительный, т.е. направленный против хода часовой стрелки. На участке  $I$  сделаем сечение с координатой  $x_1$  ( $0 \leq x_1 \leq \ell$ ) и воспользуемся левой отсеченной частью стержня. Из уравнения равновесия моментов относительно оси  $Ox$  (рис. 2.2).

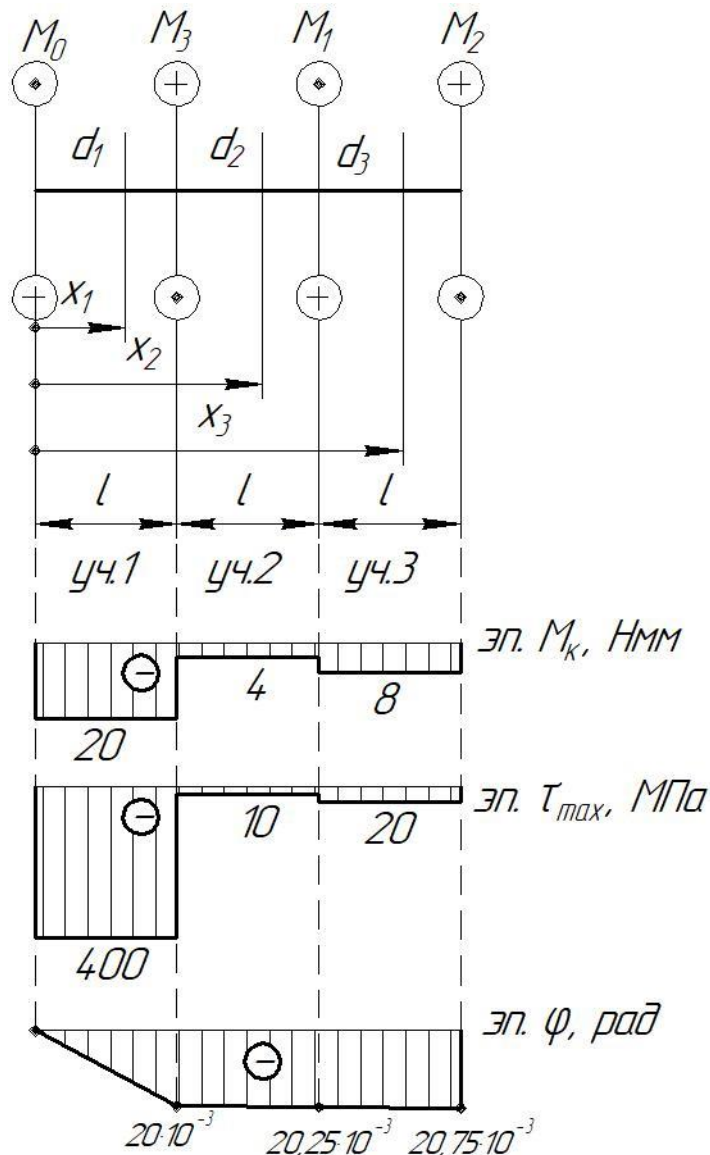


Рисунок 2.2

$$\Sigma M_x = M_0 + M_K(x_1) = 0$$

находим

$$M_K(x_1) = -M_0 = -20 \cdot 10^3 \text{ (Н} \cdot \text{мм)}$$

Аналогичным образом определяем крутящий момент на остальных участках.

Участок 2:  $\ell \leq x_2 \leq 2\ell$  (рис. 2.2).

$$\Sigma M_x = M_0 - M_3 + M_K(x_2) = 0$$

$$M_K(x_2) = -M_0 + M_3 = -20 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^3 = -4 \cdot 10^3 \text{ (Н} \cdot \text{мм)}$$

Участок 3:  $2\ell \leq x_3 \leq 3\ell$  (рис. 2.2).

$$\Sigma M_x = M_0 - M_3 + M_1 + M_K(x_3) = 0$$

$$M_K(x_3) = -M_0 + M_3 - M_1 = -20 \cdot 10^3 + 16 \cdot 10^3 - 4 \cdot 10^3 = -8 \cdot 10^3 \text{ (Н} \cdot \text{мм)}$$

По полученным результатам расчетов строим эпюру крутящего момента (рис. 2.2).

Вычисляем полярные моменты сопротивления круглых сечений с заданными диаметрами  $d_1$  и  $d_2$  по формулам:

$$W_{p1} = 0,05d_1^3 = 0,05 \cdot 10^3 = 50 \text{ мм}^3$$

$$W_{p2} = 0,05d_2^3 = 0,05 \cdot 20^3 = 400 \text{ мм}^3$$

Затем определяем максимальное касательное напряжение на данных участках:

$$\tau_{\max}(x_1) = \frac{M_K(x_1)}{W_{p1}} = \frac{-20 \cdot 10^3}{50} = -400 \text{ МПа} > [\tau] = 100 \text{ МПа} ;$$

$$\tau_{\max}(x_2) = \frac{M_K(x_2)}{W_{p2}} = \frac{-4 \cdot 10^3}{400} = -10 \text{ МПа} < [\tau] = 100 \text{ МПа} ;$$

$$\tau_{\max}(x_3) = \frac{M_K(x_3)}{W_{p3}} = \frac{-8 \cdot 10^3}{400} = -20 \text{ МПа} < [\tau] = 100 \text{ МПа} ;$$

Эпюра максимальных касательных напряжений изображена на рис. 2.2.

Условие прочности не выполняется на первом участке.

Вычисляем полярные моменты инерции круглых сечений с заданными диаметрами  $d_1$  и  $d_2$  по формулам:

$$I_{p1} = 0,1d_1^4 = 0,1 \cdot 10^4 = 1 \cdot 10^3 \text{ мм}^4$$

$$I_{p2} = 0,1d_2^4 = 0,1 \cdot 20^4 = 16 \cdot 10^3 \text{ мм}^4$$

Углы закручивания участков стержня определяем по формуле:

					<i>Расчетно-графическая работа №5</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

$$\Delta\varphi_1 = \frac{M_K(x_1) \cdot l}{G \cdot I_{p1}} = \frac{-20 \cdot 10^3 \cdot 80}{8 \cdot 10^4 \cdot 1 \cdot 10^3} = -20 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$$

$$\Delta\varphi_2 = \frac{M_K(x_2) \cdot l}{G \cdot I_{p2}} = \frac{-4 \cdot 10^3 \cdot 80}{8 \cdot 10^4 \cdot 16 \cdot 10^3} = -0,25 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$$

$$\Delta\varphi_3 = \frac{M_K(x_3) \cdot l}{G \cdot I_{p2}} = \frac{-8 \cdot 10^3 \cdot 80}{8 \cdot 10^4 \cdot 16 \cdot 10^3} = -0,5 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$$

Тогда углы закручивания граничных сечений стержня равны

$\varphi(0) = 0$  (сечение в заделке закреплено);

$\varphi(l) = \Delta\varphi_1 = -20 \cdot 10^{-3}$  рад;

$\varphi(2l) = \varphi(l) + \Delta\varphi_2 = -20 \cdot 10^{-3} - 0,25 \cdot 10^{-3} = -20,25 \cdot 10^{-3}$  рад

$\varphi(3l) = \varphi(2l) + \Delta\varphi_3 = -20,25 \cdot 10^{-3} - 0,5 \cdot 10^{-3} = -20,75 \cdot 10^{-3}$  рад

Промежуточные сечения стержня на каждом участке поворачивают согласно линейной зависимости между поворотами соответствующих граничных сечений.

Эпюра углов поворота всех поперечных сечений стержня изображена на рисунке 2.2).